

**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков  
**В.А. ПАВЛОВ**, инж. ХНАДУ "ХАДИ", г. Харьков

### ПОВЫШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЗА СЧЕТ УМЕНЬШЕНИЯ УГЛА ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Розглянуто вплив кута зацеплення в евольвентній зубчастій передачі на її коефіцієнт торцевого перекриття та контактні напруження на зубцях. Запропоновано два підходи для визначення контактних напружень з урахуванням розподілу навантаження між двома парами зубців.

Influence of pressure angle in evolving gear on her profile contact ratio and teeth contact stress is considered. Two approaches for determination of contact stress taking into account the partition of load between two pair of teeth are offered.

**Постановка задачи.** С целью повышения контактной прочности прямозубых передач проектанты зачастую увеличивают угол зацепления  $\alpha_w$  с  $20^\circ$  до  $28^\circ$  и даже больше, предполагая при этом, что увеличивается приведенный радиус кривизны в зацеплении. Но при этом они не обращают внимания на другие характеристики зубчатой передачи, которые могут оказать большее влияние на контактные напряжения, например, коэффициент торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  [1, 2].

**Цель работы** – показать влияние изменения угла зацепления на коэффициент перекрытия и контактные напряжения в зубчатой передаче.

**Обеспечение двупарного зацепления.** Увеличение угла зацепления эвольвентной передачи  $\alpha_w$  не только приводит к уменьшению коэффициента перекрытия, но и повышает величину нормальной нагрузки на зуб  $F_n$ . При этом также возрастает радиальная составляющая нагрузки  $F_r$ , что приводит к перегруженности валов и подшипников. Все вышесказанное ясно видно из общеизвестных зависимостей

$$F_n = F_t / \cos \alpha_w; \quad F_r = F_t \tan \alpha_w. \quad (1)$$

Уменьшение угла зацепления, наоборот, приведет к падению нагрузки на зуб. При этом возрастет коэффициент перекрытия, и в результате мы можем получить, что в зацеплении всегда будет находиться не менее двух пар зубьев. А это приведет к снижению нагрузки на зуб, теоретически, в два раза. На практике, из-за погрешностей изготовления зубьев (в первую очередь, из-за ошибок шага зацепления) снижение нагрузки будет несколько меньше, а для передач с низкой степенью точности практически вообще отсутствует [3].

Однако для точных высоконагруженных передач, у которых погрешности шага меньше деформации зубьев под нагрузкой (например, привода в авиации и транспортном машиностроении), реализация коэффициента торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha \geq 2$  является важной научно-практической задачей.

Воспользуемся зависимостью для определения  $\varepsilon_\alpha$  в случае суммарного коэффициента смещения исходного контура  $x_\Sigma = 0$ , выраженную через число зубьев шестерни  $z_1$  и передаточное число  $u$  [4]:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{(z_1 + 2h_a^*)^2 - (z_1 \cos \alpha_w)^2} + \sqrt{(z_1 u + 2h_a^*)^2 - (z_1 u \cos \alpha_w)^2} - z_1(1 + u) \sin \alpha_w}{2\pi \cos \alpha_w}. \quad (2)$$

Варьируя  $z_1$  и  $u$ , определяем из (1) методом последовательных приближений значение угла зацепления  $\alpha_w$ , при котором теоретический коэффициент перекрытия равен 2 (коэффициент высоты головки зуба принимаем стандартным  $h_a^* = 1$ ). Результаты расчета представлены в таблице.

Таблица – Минимальное значение угла зацепления, обеспечивающее коэффициент перекрытия в эвольвентной передаче не менее 2

Число зубьев шестерни $z_1$	Передаточное число $u$	Угол зацепления минимальный, $\alpha_w, ^\circ$
20	2	12,6
	4	14,3
	6	15,6

**Оценка влияния двупарности зацепления на контактные напряжения.** Чтобы в первом приближении учесть число пар в зацеплении, в общеизвестную формулу Герца необходимо ввести целую часть значения коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha$ . Тогда она примет вид

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_{\text{пр}}}{b_w \rho_{\text{пр}} \varepsilon_\alpha}}, \quad (3)$$

где  $E_{\text{пр}}$  – приведенный модуль упругости;  $b_w$  – рабочая ширина зуба;  $\rho_{\text{пр}}$  – приведенный радиус кривизны в контакте двух поверхностей.

Эта формула может приводить к погрешностям при расчете напряжений в контакте выпуклой поверхности с вогнутой. В этом случае более корректна зависимость, приведенная в работе [5]:

$$\sigma_H = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n^2 E_{\text{пр}}}{b_w^2 \rho_{\text{пр}}^2}}, \quad (4)$$

а с учетом коэффициента перекрытия

$$\sigma_H = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n^2 E_{\text{пр}}}{b_w^2 \rho_{\text{пр}}^2 \varepsilon_\alpha^2}}. \quad (5)$$

Что касается коэффициента  $\lambda$ , то он зависит от приведенного радиуса кривизны и может быть определен из графика (см. рисунок), который построен для случая однопарного контакта ( $\varepsilon_\alpha = 1$ ).

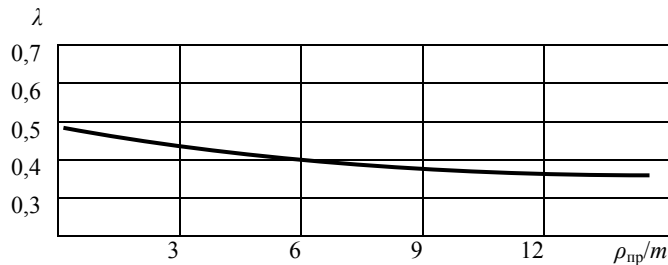


Рисунок 3 – График зависимости  $\lambda(\rho_{\text{пр}}/m)$

Зависимость (4) необходима для исследования эволютных передач с выпукло-вогнутым контактом, одна из разновидностей которых – дозаполусная, и разработана с целью реализации преимуществ двупарного зацепления [6]. У такой передачи угол профиля исходного контура  $\alpha$  переменная величина, а в полюсе передачи – минимально допустимая по граничной величине угла трения  $\rho \approx \arctg f \leq \alpha_w$ , не приводящей к заклиниванию. Профиль зуба инструментальной рейки определяется из решения дифференциального уравнения зацепления в виде полиномов:

$$y_1'' = \frac{y_1'(1 + y_1'^2)}{-ky_1' + x_1}; \quad y_1 = C_1 + C_1 x_1 + C_2 x_1^2 + \dots + C_n x_1^n, \quad (6)$$

а профили зубьев шестерни и колеса можно получить любым общеизвестным способом, например, методом профильных нормалей [7].

В работе [6] также можно найти необходимые зависимости для определения коэффициента перекрытия в эволютном зацеплении.

Для более точного решения поставленной задачи целесообразно провести моделирование контактного взаимодействия зубьев с учетом двупарности зацепления методом конечных элементов [8] на основе стандартных САЕ пакетов (например, ANSYS). В этом случае, построив параметрическую и конечно-элементную модели зубчатого колеса с погрешностями по шагу между зубьями, мы можем получить достаточно корректную картину распределения деформаций и напряжений и оценить реальную степень снижения нагруженности передачи при двупарном зацеплении.

### Выводы.

1. С уменьшением угла зацепления увеличивается коэффициент перекрытия эвольвентной зубчатой передачи [9], что приводит к снижению нормальной нагрузки на зуб и, соответственно, к уменьшению контактных напряжений в полюсной зоне.

2. Предложено, с целью оценки снижения нагруженности эвольвентных и эволютных передач при коэффициенте торцового перекрытия  $\varepsilon_\alpha \geq 2$ , в зависимости для вычисления контактных напряжений (2) и (4) подставлять целую часть значения  $\varepsilon_\alpha$ .

3. Для более точного решения этой задачи предложено применить моделирование контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Litvin F.L. Theory of Gearing // NASA Reference Publication 212, AVSCOM Technical Report 88-C-035. – Washington, D.C., 1989. – 620р. 3. Бунаков Ю.Н., Устиненко А.В. Вероятностная оценка работы зубьев зубчатых колес подъемно-транспортных машин // Подъемно-транспортное оборудование: Респ. межвед. научн.-техн. сб. – 1988. – Вып.19. – С.22–24. 4. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1973. – 592с. 5. Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць. – Вип.15. – Харків, 2006. – С.95–99. 6. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 7. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Аналитическое описание поверхностей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2009. – №12. – С.125–129. 8. Ted Belytschko, Wing Kam Liu, and Brian Moran. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. – "Wiley", 2000. 9. Павлов А.И., Павлов В.А. Геометричне моделювання зубчастих зачеплень з підвищеними якісними характеристиками // Наукові нотатки. "Сучасні проблеми геометричного моделювання": Міжвузівський зб. – Вип.22, част.1. – Луцьк, 2008. – С.248–253.

Поступила в редколлегию 28.04.10